УДК 378.016:51:378.18
ББК В1р+Ч448.902.75
DOI 10.26170/2079-8717_2021_03_14
ГРНТИ 14.23.01; 14.23.05
Код ВАК 19.00.07; 13.00.02

Дударева Наталия Владимировна,
кандидат педагогических наук, доцент кафедры высшей математики и методики обучения математике, Институт математики, физики, информатики и технологий, Уральский государственный педагогический университет; 620017, Россия, г. Екатеринбург, пр-т Космонавтов, 26; e-mail: Bodryakov_VYu@e1.ru

Бодряков Владимир Юрьевич,
доктор физико-математических наук, доцент, заведующий кафедрой высшей математики и методики обучения математике, Институт математики, физики, информатики и технологий, Уральский государственный педагогический университет; 620017, Россия, г. Екатеринбург, пр-т Космонавтов, 26; e-mail: Bodryakov_VYu@e1.ru

СТУДЕНЧЕСКИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОЛИМПИАДЫ И КОНКУРСЫ В УрГПУ КАК НЕФОРМАЛЬНЫЙ ИНДИКАТОР УРОВНЯ И ИНСТРУМЕНТ МОТИВАЦИИ К УГЛУБЛЕНИЮ ПРЕДМЕТНОЙ ПОДГОТОВКИ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: учителей; учителя математики; математические конкурсы; математические олимпиады; проверка знаний.

АННОТАЦИЯ. Несомненно, что уровень массовой математической подготовки граждан является одним из ключевых условий и индикаторов подготовленности общества к жизни в будущем цифровом укладе народного хозяйства. В частности, приоритетные ныне технологии искусственного интеллекта могут быть эффективно освоены гражданами лишь при достаточном уровне развития собственных когнитивных способностей, который предопределяется во многом именно уровнем математической подготовки. Вместе с тем, освоение математики и, шире, развитие собственных когнитивных способностей, является трудным и проблемным процессом. Поэтому исследования, нацеленные на поиск эффективных психолого-педагогических инструментов повышения мотивации к изучению математики на всех уровнях образования и даже за пределами формальных образовательных структур, являются актуальными. К числу таких инструментов можно отнести математические олимпиады и различные математические конкурсы.
В статье обобщен опыт практической работы авторов, представляющих коллектив кафедры высшей математики и методики обучения математике Института математики, физики, информатики и технологий ФГБОУ ВО «Уральский государственный педагогический университет», по организации и проведению математических олимпиад и других математических конкурсов от городского вплоть до международного уровней. Многолетний опыт показал, что эти мероприятия традиционно вызывают большой интерес обучающихся как в качестве их участников, так и в качестве соисполнителей, и могут служить вполне показательным неформальным индикатором качества предметной математической подготовки будущих учителей. Участие в подготовке и проведении олимпиад является важным компонентом подготовки будущих учителей в контексте освоения умений по организации внеучебной деятельности и педагогической работы с подростками с особыми образовательными потребностями (в данном случае – наиболее подготовленными и мотивированными к изучению математики за пределами стандартной школьной программы по предмету). Обсуждаются перспективы дальнейшего развития олимпиадного математического движения «от УрГПУ».

ДЛЯ ЦИТИРОВАНИЯ: Дударева, Н. В. Студенческие математические олимпиады и конкурсы в УрГПУ как неформальный индикатор уровня и инструмент мотивации к углублению предметной подготовки будущих учителей / Н. В. Дударева, В. Ю. Бодряков. – Текст : непосредственный // Педагогическое образование в России. – 2021. – № 3. – С. 119-135. – DOI: 10.26170/2079-8717_2021_03_14.

Dudareva Natalia Vladimirovna,
Candidate of Pedagogy, Associate Professor of Department of Higher Mathematics and Methods of Teaching Mathematics, Institute of Mathematics, Physics, Informatics and Technologies, Ural State Pedagogical University, Ekaterinburg, Russia

Bodryakov Vladimir Yur'evich,
Doctor of Physics and Mathematics, Associate Professor, Head of Department of Higher Mathematics and Methods of Teaching Mathematics, Institute of Mathematics, Physics, Informatics and Technologies, Ural State Pedagogical University, Ekaterinburg, Russia

STUDENT MATHEMATICAL OLYMPIADS AND COMPETITIONS IN USPU AS AN INFORMAL LEVEL INDICATOR AND A TOOL OF MOTIVATION FOR DEEPENING THE SUBJECT TRAINING OF FUTURE TEACHERS

KEYWORDS: quality of higher education; pedagogical universities; student teachers; preparation of future teachers; mathematics teachers; mathematical competitions; mathematical olympiads; check of knowledge.

ABSTRACT. There is no doubt that the level of mass mathematical training of citizens is one of the key conditions and indicators of the preparedness of society for life in the future digital structure of the national economy. In particular, the currently priority technologies of artificial intelligence can be effectively mastered by citizens only with a sufficient level of development of their own cognitive abilities, which is largely predetermined by the level of mathematical training. At the same time, mastering mathematics and, more broadly, developing one's own cognitive abilities, is a difficult and problematic process. Therefore, studies aimed at finding effective psychological and pedagogical tools to increase motivation to study mathematics at all levels of education and even outside formal educational structures are relevant. These tools include math Olympiads and various math competitions.

The article summarizes the experience of practical work of authors representing the team of the Department of Higher Mathematics and Methods of Teaching Mathematics of the Institute of Mathematics, Physics, Informatics and Technology of the Ural State Pedagogical University, on the organization and conduct of mathematical Olympiads and other mathematical competitions from urban to international level. Long-term experience has shown that these events traditionally arouse great interest of students, both as their participants and as co-performers, and can serve as a quite indicative informal indicator of the quality of the subject mathematical training of future teachers. Participation in the preparation and conduct of Olympiads is an important component of the training of future teachers in the context of mastering the skills of organizing extracurricular activities and pedagogical work with adolescents with special educational needs (in this case, the most prepared and motivated to study mathematics outside the standard school curriculum in the subject). The prospects for the further development of the Olympiad mathematical movement “from the Ural State Pedagogical University” are discussed.

FOR CITATION: Dudareva, N. V., Bodryakov, V. Yu. (2021). Student Mathematical Olympiads and Competitions In USPU as an Informal Level Indicator and a Tool of Motivation for Deepening the Subject Training of Future Teachers. In *Pedagogical Education in Russia*. No. 3, pp. 119-135. DOI: 10.26170/2079-8717_2021_03_14.

Математические олимпиады и конкурсы. Краткий литературный обзор. В отличие от обширной библиографии содержательной (задачной) части, методические основания и конкретные технологические особенности реализации математических олимпиад и иных математических конкурсов с учетом национальных, институциональных, возрастных и гендерных различий имеют сравнительно скромную библиографию. Краткому литературному анализу «олимпиадного движения» в указанном разрезе посвящен настоящий раздел. Назовем работы российских [2; 17; 20; 21; 22; 26; 30; 34; 35] и зарубежных [39-41; 43; 47-52; 55] педагогов-исследователей, включая учебные пособия и монографии [22; 26; 30; 40; 51] и диссертационные исследования [17; 35]. Процитированный список литературы, не претендуя на исчерпывающую полноту, дает все же достаточное представление по обсуждаемому кругу вопросов.

В пособии Амбарцумяна и др. [2] справедливо отмечено, что студенческие предметные математические олимпиады по своей сути преследуют те же цели, что и олимпиады школьные. К ним относятся: выявление и развитие у обучающихся способностей к наукам, интереса к научной деятельности и пропаганда научных знаний; создание условий для интеллектуального развития; поддержка одаренных студентов, в том числе содействие им в профессиональной ориентации и продолжении образования, и т. д. Вместе с этим имеются существенные отличия, главным из которых является то, что все бремя подготовки и организации олимпиады практически полностью ложится на вуз, проводящий олимпиаду или отправляющий на нее команду студентов. Авторы [2] указывают в качестве проблем, затрудняющих развитие олимпиадного движения, финансовые, организационные, методические, кадровые проблемы. Авторы пособия отмечают также, что в большинстве изданий, посвященных математическим олимпиадам, отсутствует «направляющий методический вектор»: кроме банального разбора решений предложенных задач в этих изданиях, по сути, ничего нет.

Пугачев в статье [26] подробно анализирует существующие правила организации всероссийской студенческой олимпиады по высшей математике (ВСО). Автор перечисляет выявленные недостатки и дает рекомендации по улучшению организации всероссийского этапа олимпиады по математике: подбору конкурсных задач, организации работы студентов, проверки работ и проведения апелляции. Автор обсуждает, в частности, требования к олимпиадным задачам. Задачи должны быть нестандартными, но в то же время не требующими знаний, выходящих за рамки полученных студентами данного курса (если есть деление на курсы) или студентами 1–2-го курсов (если такого деления нет). Необходимо подбирать задания разного уровня сложности: отсутствие сложных задач сделало бы конкурс неинтересным, а отсутствие простых отпугнуло бы большинство желающих участвовать. Важно, чтобы формулировка каждой задачи была четкой, не допускающей двусмысленного понимания. При решении задач важно обеспечить академическую добросовестность участников. Для объективности проверки сданные работы шифруют и информация о том, какому участнику какой шифр соответствует, остается недоступной проверяющим до момента проставления итоговых баллов. Каждую задачу во всех работах проверяют два преподавателя. Хотя максимальный балл за задачу обычно назначается заранее, детальные критерии оценки (за какие частичные решения сколько баллов ставить) вырабатываются в процессе проверки. Если между двумя людьми, проверяющими одну задачу, возникают непреодолимые разногласия, привлекаются другие члены комиссии. После того как все задачи во всех работах проверены, вычисляются итоговые баллы, самые сильные работы проверяются еще раз, и составляется таблица предварительных итогов. Только после этого шифры заменяются фамилиями участников. Описанная система проверки работ применяется на всех известных всероссийских математических олимпиадах. Единственное улучшение, которое можно внести, – отказаться от заранее определенных баллов за задачу, поскольку неизвестно, насколько какая задача окажется трудной. Лучше определять ценность задачи по итогам проверки (в ходе проверки применяя относительные баллы, например, проценты). Более сложная задача ценится выше, но при этом никакая задача не должна перевешивать более двух других задач, так как бывают студенты, хорошо знающие какой-то один раздел математики, но слабые в остальных. На следующее утро после проверки вывешиваются предварительные итоги и проводится апелляция. Желательно, чтобы в состав апелляционной комиссии входили преподаватели, проверявшие задачи: это и ускорит рассмотрение апелляций, и повысит ответственность при проверке.

А. И. Попов в работах [20-22] анализирует практику организации студенческих олимпиад в РФ, дает рекомендации по совершенствованию регламента олимпиад. Автор предложил провести преобразование олимпиад в олимпиадное движение, обеспечивающее формирование творческих компетенций. Кроме того, автор отмечает и проблемы российских олимпиад. Проведенный им анализ олимпиад по ряду дисциплин (теоретическая механика, математика, физика) и конкурсов по специальности показал целый ряд упущений в процессе их организации. Так, вместо развития периодически проводимых олимпиад в непрерывный процесс обучения в олимпиадном движении и саморазвития, который логично вытекал из самой идеи студенческих олимпиад, произошло гипертрофированное усиление только их соревновательной составляющей. Состязания из инструмента, формирующего творческие компетенции, нравственные и лидерские качества обучающихся, превратились в самоцель, когда вузы больше всего обеспокоены итоговым местом на олимпиаде, а не возможностью стимулировать творческое развитие студентов. Автор предлагает создать условия для педагогического сопровождения развития творческих способностей студентов на основе использования эффекта олимпиад как «катализатора» повышения уровня интеллектуальной активности как участников соревнований, так и других студентов. Разработанные автором положения реализованы в технологии олимпиадного движения, включающей следующие этапы [21]:

этап инициации, во время которого обучающиеся, обладающие необходимыми природными задатками, соответствующим уровнем профессиональной подготовки, нацеленностью на получение конкурентоспособного образования, переходят на эвристический и креативный уровни интеллектуальной активности;

развивающий этап, включающий деятельность в олимпиадных микрогруппах единой информационной олимпиадной сети, творческое саморазвитие, позволяющий формировать в большей степени креативный, организаторский, педагогический компоненты творческих компетенций;

соревновательный этап (собственно олимпиады и конкурсы по специальности), который направлен, в основном, на овладение теорией оптимизации управленческих решений, повышение стрессоустойчивости, тренировку быстроты реакции на внешние раздражители, формирование лидерских качеств и умения управления персоналом (в случае командных соревнований);

этап творческого взаимодействия с остальными студентами (не участвующими активно в олимпиадном движении), происходящий параллельно с развивающим и соревновательным этапами, который направлен на формирование педагогического компонента олимпиадного движения, обеспечивающий, с одной стороны, эффект фацилитации и увеличение уровня творческих компетенций всех обучающихся, а с другой стороны, корректирующий образовательную траекторию самого участника олимпиадного движения;

этап перехода к научной (фундаментальные исследования) или *научно-практической профессиональной деятельности в вузе*, предполагающий в т. ч. и возврат в олимпиадное движение уже в качестве составителя олимпиадных задач.

А. И. Попов и А. Е. Левченко в работе [20] подчеркивают, что значимым элементом методического сопровождения самостоятельной «олимпиадной» работы является формирование российского банка олимпиадных задач с целью увеличения творческой свободы и развития навыков решения задач. В настоящее время сборники таких задач выпускаются или вузом-организатором олимпиады, или вузами-участниками олимпиады.

О. Н. Шамайло в диссертационном исследовании [35] (см. также [34]) отмечает, что роль студенческих олимпиад в формировании научных и научно-педагогических кадров государства значительно возросла. По этой причине являются актуальными научно-теоретические исследования, посвященные целям и функциям предметных олимпиад, содержанию обучения в рамках их подготовки и проведения, а также вопросам создания учебных материалов и методических разработок, позволяющих усовершенствовать процесс подготовки и проведения студенческих олимпиад. Диссертант заключает: нужна система подготовки к студенческим олимпиадам, состоящая из разработанной целевой программы, содержания, форм, методов и средств обучения. Автор предполагает, что результаты математических олимпиад среди студентов вузов будут существенно улучшены, если подготовка к этим олимпиадам будет представлять собой систему обучения с научно обоснованными локальной целью, содержанием обучения, формами, методами и средствами обучения. Диссертант отмечает, что глобальными целями методической системы подготовки студентов к математической олимпиаде являются:

– развитие творческих способностей студентов;

– приобщение студенческой молодежи к научно-исследовательской работе;

– совершенствование качества подготовки специалистов в области математики и повышение интереса студентов к фундаментальному образованию;

– создание условий для самореализации и укрепления фундаментальной составляющей образования;

– обучение студентов решению задач олимпиадного типа.

О. Н. Макарова в диссертационном исследовании [17] обстоятельно изучает проблему совершенствования подготовки будущих учителей средствами профессионально-ориентированных олимпиад. В частности, при реализации технологии подготовки и участия будущих учителей в профессионально-ориентированных олимпиадах необходимо руководствоваться некоторыми правилами, которые следует воспринимать как методические рекомендации по организации подготовки и участия будущих учителей в студенческих профессионально-ориентированных, в т. ч. математических, олимпиадах:

– организации олимпиады предшествует процесс выбора целей и задач состязания;

– олимпиада ориентирована на уровень подготовки студентов;

– привлекаются олимпиады, включающие заочный, очный, дистанционный этапы;

– используются специальные задания (в том числе эвристические), которые имеют профессиональную направленность;

– задания олимпиады сопровождаются критериями оценивания, которые однозначно определяют степень выполнения задания, исключая возможные двусмысленные трактовки;

– состязания носят открытый характер;

– работа студентов отражается в портфолио;

– процесс подготовки студентов к участию в интеллектуальном соревновании проводится с учетом индивидуальных особенностей студентов; с привлечением пассивных участников; поэтапной подготовки к участию в состязании; использовании фасилитирующей роли руководителя; с ориентацией участников на внутреннюю мотивацию; с использованием разных видов самостоятельной работы и способов оценки деятельности студентов.

В учебном пособии О. Д. Толстых [30] не только приводятся, с выборочным разбором, задачи, предлагавшиеся в последние годы на Иркутской областной математической олимпиаде, но и даются историческая справка о развитии олимпиадного движения в России в целом и летопись проведения областных межвузовских математических олимпиад. Автор [30] подробно описывает технологию организации Иркутской областной студенческой олимпиады по математике и представляет результаты олимпиад ряда последних лет, включая перечень вузов-участников (с 1993 г.) и фамилии победителей и призеров. Изложение подробно проиллюстрировано фотографиями.

Автор [30] отмечает, что в современном мире стремительно возрастает потребность в нестандартно мыслящих творческих личностях, в творческой активности специалиста и развитом техническом мышлении, что приводит к необходимости изменения технологий обучения. Одной из таких технологий является участие студента в НИРС. НИРС, как одна из эффективных форм формирования и развития профессиональной компетентности, позволяющей использовать комплекс активных методов и технологий обучения, включает участие в работе различного уровня конференций, олимпиад, тематических кружков. Олимпиада, как форма профессиональной творческой деятельности студентов, не должна использоваться и рассматриваться в качестве временного развлечения. Многолетний опыт работы автора показывает, что нужно привлекать к НИРС и олимпиадному движению всех преподавателей кафедры как для пополнения банка нестандартных и прикладных задач, так и для решения организационных вопросов, что является стимулом для повышения квалификации молодых преподавателей и поддержания хорошей формы опытных преподавателей, для создания традиций кафедры. Главная цель организаторов олимпиады – привлечь интерес студентов к математике для повышения их творческой активности, дать возможность реализовать свои способности при решении нестандартных задач.

Как показывают международные исследования, математическое образование в ряде стран на разных уровнях сводится к усвоению ограниченного числа стандартных математических фактов и алгоритмов [47; 48; 55]. Увы, это во многом справедливо и по отношению к России, когда систематическое изучение математики в выпускных 9-м и 11-м классах, по сути, подменяется «натаскиванием» на типовые задания ближайших экзаменов ГИА – ОГЭ и ЕГЭ, соответственно. Между тем, в мире существует явная нехватка молодых людей, желающих и способных строить математическую карьеру, и это происходит именно из-за отрицательного отношения к предмету. Как показывает анализ литературы, математические олимпиады способны решить обе эти проблемы, ибо они состоят не из набора рутинных задач, которые надо выполнить по стандартной схеме; олимпиадные задачи демонстрируют, что математика – это творческое мышление и разнообразные методы решения задач. Есть четкие свидетельства того, что участие в олимпиадах по математике улучшает успеваемость по стандартной «программной» математике и отношение к математике как предмету [39]. Чтобы на олимпиадах по математике достоверно выявлялись математические способности обучающихся, конкурсные инструменты должны быть валидными, т. е. могли измерять способности к творческому мышлению и решению задач [43; 50].

Авторы [48; 50] подчеркивают, что способным ученикам нужны задачи, чтобы их ум был активно сосредоточен на математике, и, если подростки найдут математику более привлекательной, она может предупредить их переход к социально неодобряемым занятиям. Следует бросать призыв к участию в олимпиаде учащимся любого уровня подготовки, происхождения, способностей или мотивации, а не только одаренным студентам. Даже студентов с меньшей мотивацией сложные математические задачи могут привлечь к глубокому изучению математики, а не только к усвоению рутинных алгоритмов или методов. Впрочем, было обнаружено, что даже усвоение рутинного материала улучшается, если он задействован при решении сложных задач. Авторы отмечают, что вместо того, чтобы сосредотачиваться на небольшой группе победителей, следует стимулировать широкое участие обучающихся в соревнованиях. Это важнее, так как, готовясь к соревнованиям и пытаясь решить задачи во время самого конкурса, все участники значительно повышают свои математические компетенции.

Некоторые авторы [40; 48; 51; 55] позиционируют математические конкурсы и олимпиады как инструмент для выявления и развития способных студентов, которые не испытывают никаких проблем в стандартной учебной программе, а их математические способности и талант нередко остаются нераскрытыми и неразвитыми. Успешность на олимпиадах по математике не всегда точно коррелирует с успешностью в классе. Однако опыт участия в соревнованиях и сопутствующих мероприятиях улучшает подготовку студента к учебе в вузе [48; 51; 55]. Неудивительно, что многие бывшие участники олимпиад стали математиками-исследователями.

О социальном влиянии соревнований пишут авторы [39; 48]. Дополнительные занятия по математике можно рассматривать как события, генерирующие обсуждения среди студентов, поскольку олимпиадные задачи часто можно решить несколькими способами, и это приводит к дискуссиям. Эти неформальные социальные взаимодействия могут быть такими же важными для получения новых математических знаний, как участие в самом конкурсе, и могут происходить при подготовке к соревнованиям, при работе над задачами из предыдущих соревнований или совместном их решении после соревнований. Немаловажна и личностная, эмоциональная, сторона процесса. Как образно выражаются авторы [51], процесс преодоления трудностей часто приводит к лучшему пониманию математики, появляются новые идеи и чувство личной силы. Радость столкнуться с новой ситуацией и попытаться разобраться в ней – это радость биться головой о математическую стену, а затем вдруг обнаружить, что есть способы ее обойти или преодолеть. В [41] авторы изучили гендерные особенности участия голландских подростков в национальных математических олимпиадах. Найдено, что девушки более чувствительны к неуспеху и нередко отказываются от дальнейшей борьбы, претерпев неудачу на каком-либо из соревновательных этапов.

Авторы [43] отмечают, что из-за перенасыщенности нынешних учебных программ по математике в Южной Африке учителями, как правило, предпочтение отдается «технической» математике и действиям по готовым «рецептам». Учебный план ограничивается, по сути, только привитием навыков стандартных математических действий, оставляя мало времени и возможностей использовать эти навыки для решения проблем в повседневной жизни. Успеваемость на экзаменах почти всегда становится доминирующим фактором, из-за чего учителя тратят все доступное время на «натаскивание» на экзамен. Между тем математические олимпиады могут служить отличной альтернативой рутинной школьной математике для математически одаренных обучающихся.

Авторы [43] проанализировали результаты Южноафриканской математической олимпиады и нашли, что предлагавшиеся задачи, при всем их многообразии, достаточно четко могут быть отнесены к одному из семи больших тем классификации, которую авторы обозначили как MANGSLO:

M.: Measurements, applications, modelling – Измерения, приложения, моделирование.

A.: Patterns, functions and algebra – Структуры, функции и алгебра.

N.: Numbers, operations and relations – Числа, операции и соотношения.

G.: Geometry, space and shape – Геометрия, пространство и форма.

S.: Statistics, data handling – Статистика, обработка данных.

L.: Logic – Логика.

O.: Others – Прочие.

Каждая из этих основных содержательных тем была разделена на подтемы. Так, тема G.: «Геометрия, пространство и форма» подразделяется на подтемы:

G1.: 2D shapes – Плоские формы.

G2.: 3D shapes – Пространственные формы.

G3.: Vertices and edges – Вершины и ребра.

G4.: Angles – Углы.

G5.: Theorem of Pythagoras – Теорема Пифагора.

Пример. На рисунке изображена длинная комната. Муравей хочет проползти из пункта A в пункт B. Он может ползти по стенам и потолку комнаты. Какое кратчайшее расстояние ему предстоит проползти?

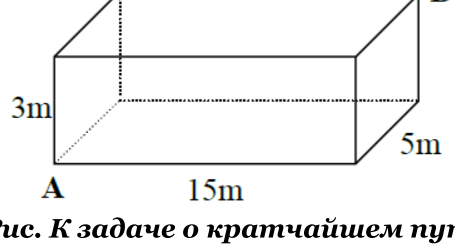


Рис. К задаче о кратчайшем пути

Комментарий к задаче. Решение «в лоб» приводит к оптимизационной задаче с довольно громоздкими вычислениями после взятия производной от целевой функции, полученной на основании теоремы Пифагора. Между тем достаточно сделать плоскую развертку прямоугольного параллелепипеда, который является геометрической моделью комнаты, и провести прямую линию от A к B. Длина отрезка $|AB|$ и будет решением задачи. Для понимания такого подхода требуются, однако, довольно развитые геометрические 2D и 3D представления у решающего.

Испанские авторы [52] подробно описывают процесс создания современного обучающего видеокурса. Особое внимание авторы уделяют методическим и техническим советам по созданию видео. Описанный в работе проект представляет собой видеосборник стратегий решения задач математических олимпиад, которые можно использовать в качестве дополнительных учебных материалов.

Автор [49] выделяет следующие задачи латвийских математических олимпиад: активизировать и углубить математическое образование и внеклассную работу; внедрить единые критерии оценки эффективности работы преподавателей и студентов; создать дополнительные стимулы для изучения математики; обеспечить отбор кандидатов в члены Международной математической олимпиады. Автор представил оригинальный подход латвийской системы образования к организации и проведению математических олимпиад. Например, 2014–2015 учебный год был объявлен «годом метода инвариантов». Это означает, что наборы задач на латвийских олимпиадах по математике для каждого класса должны были содержать как минимум одну задачу, решаемую этим методом. Такой подход оправдан тем, что потенциальные участники олимпиады получают некоторое представление о возможных темах олимпиадных задач, что позволяет сделать подготовку более нацеленной.

Пример. Дано натуральное число 30 и разрешены следующие операции: (а) прибавить 6; (б) разделить на 4, если число делится на 4; (в) упорядочить цифры числа в некотором порядке (кроме случая первой цифры 0). Можно ли получить число 2015, повторяя разрешенные операции?

Ответ. Нет; инвариант задачи – все числа делятся на 3 после каждой разрешенной операции, тогда как 2015 на 3 не делится.

В монографии [40] международный коллектив европейских авторов обсуждает широкий круг проблем, касающихся современных особенностей обучения математике за пределами стандартной программы. Среди этих проблем: Как работать с математически одаренными студентами, не забывая при этом остальных?; Математические компетенции; Математические соревнования; Математические клубы; Математические исследования и междисциплинарная работа, подкрепленная ИТ; Динамический подход к классическим геометрическим задачам; Соотношение между единством и разнообразием при обучении математике, и др.

В частности, в главе 3 «Соревнования по математике – на пути к совершенству» в [40] рассматриваются различные типы математических соревнований – как индивидуальные, так и командные. Математические соревнования обычно можно отнести к одной из следующих двух категорий, популярность каждой из которых заметно выросла за последнее столетие:

Инклюзивные соревнования. Эти соревнования носят массовый характер и рассчитаны на студентов любого уровня подготовки. Такие соревнования дают возможность каждому ученику решить простые, но часто встречающиеся интригующие проблемы, возникающие в знакомых обстоятельствах. Примерами таких соревнований служат соревнования с множественным выбором, например, в Австралии, Европе (Кенгуру и UK Challenges) и Северной Америке (Канада и США).

Эксклюзивные соревнования. Эти соревнования ориентированы на талантливых учеников. Конкурсная программа обычно неформальна, хотя статьи, книги и другие материалы часто доступны в качестве руководства для новых участников и их учителей. Есть руководства, позволяющие студентам углубить свои знания и владение математикой в комфортном для себя темпе. Это может помочь талантливому ученику развиться интеллектуально и лучше подготовиться для будущей учебы или карьеры. Примерами таких соревнований являются национальные и международные олимпиады по математике по всему миру.

Многообещающей формой математических соревнований являются командные состязания, так как они:

– позволяют вовлекать в целом большие группы учеников;

– имеют, как правило, очень привлекательную и динамичную форму;

– позволяют применять новые типы задач, включая исследования, моделирование и интеграцию с другими полями, такими как искусство, моделирование, физика и др.;

– могут быть естественным компонентом некоторых традиционных школьных мероприятий;

– вдохновляют учащихся на сохранение интереса к математике;

– способствуют развитию навыков и компетенций, таких как любопытство, догадки, постановка проблемы, открытие, коллективное решение задач и сотрудничество.

В [40] отмечается возросший интерес к прикладным оптимизационным задачам. Примером практико-ориентированной, но вполне олимпиадной, может служить следующая задача.

Пример. Ящик содержит 48 цилиндрических банок, расположенных в 8 рядов, так что в каждом ряду по 6 банок. Покажите, что в тот же ящик можно поместить и 50 банок.

По итогам проведенного литературного обзора выделим следующее:

– Математические олимпиады и иные математические соревнования играют исключительно важную роль во всем мире и на всех уровнях образования, позволяя выявлять одаренных обучающихся и, по сути, формировать интеллектуальную элиту общества. Следует стремиться к максимально широкому вовлечению в олимпиадное математическое движение учащейся молодежи.

– Необходимо совершенствование методических и организационных аспектов проведения математических олимпиад, в том числе с использованием современных инструментов, предоставляемых ИКТ.

– Следует приложить усилия к массовой подготовке учителей математики в педагогических вузах и колледжах, которые были бы способны, разумно сочетая личностные и коллективные формы педагогического процесса, обучать подростков математике на творческом уровне, в том числе привлекая их к участию в математических состязаниях. Участие в математических состязаниях (в качестве конкурсанта или соорганизатора) должно стать обязательным компонентом профессиональной подготовки будущих педагогов-математиков.

– Популяризацию математики и математических знаний, рассматриваемых как безусловное и общедоступное благо для всего человечества, следует систематически вести на национальных и глобальном уровнях; частью этого процесса призвано быть математическое олимпиадное движение.

Актуальность и постановка проблемы. Как справедливо подчеркнуто в Концепции развития математического образования в РФ [14], «математика занимает особое место в науке, культуре и общественной жизни, являясь одной из важнейших составляющих мирового научно-технического прогресса. Изучение математики играет системообразующую роль в образовании, развивая познавательные способности человека, в том числе к логическому мышлению, влияя на преподавание других дисциплин. Качественное математическое образование необходимо каждому для успешной жизни в современном обществе». Вместе с тем Концепция указывает на трудности и проблемы, которые испытывает современное российское математическое образование, выделяя, прежде всего, проблемы мотивационного характера. Одной из доказавших свою эффективность форм повышения мотивации обучающихся на различных уровнях образования к занятиям математикой является их привлечение к участию в математических олимпиадах и конкурсах соответствующего уровня.

Этот подход гармонирует с требованиями нормативных документов. Так, Профессиональный стандарт педагога [25] в качестве одного из трудовых действий учителя математики определяет «содействие в подготовке обучающихся к участию в математических олимпиадах, конкурсах, исследовательских проектах ...». При этом педагог должен обеспечить «формирование и поддержание высокой мотивации и развитие способности обучающихся к занятиям математикой, предоставление им подходящих заданий, ведение кружков, факультативных и элективных занятий». Вполне резонно утверждать, что учитель математики будет способен к эффективной реализации названных трудовых функций, если в период обучения в педагогическом университете сам «вкусил радость» от успешного участия в математических олимпиадах и конкурсах в качестве участника и/или соорганизатора. Согласно формулировке одной из общепрофессиональных компетенций по ФГОС ВО [33], выпускник педагогического вуза должен быть «способен использовать психолого-педагогические технологии в профессиональной деятельности, необходимые для индивидуализации обучения, развития, воспитания, в том числе обучающихся с особыми образовательными потребностями» (ОПК-6); подростки, способные к занятиям математикой на олимпиадном уровне, несомненно, имеют особые образовательные потребности и требуют особого внимания педагога.

Олимпиадное движение в предметной области «Математика» (обсуждается только эта предметная область) в Российской Федерации регламентировано Приказом Министерства образования и науки РФ от 04.04.2014 № 267 «Об утверждении Порядка проведения олимпиад школьников» [24]; подробная информация имеется также на сайте Olimpiada.ru [18]. Олимпиадное движение на уровне основного общего и среднего общего образования в РФ доминирующе представлено в виде: 1) Всероссийской олимпиады школьников (организатор: Минпросвещения России) и 2) 45 перечневых математических олимпиад (организатор: Минобрнауки РФ). В большинстве случаев олимпиадные задания имеют общематематический или, реже, межпредметный характер. Так, в Уральском регионе ежегодно проводится многопрофильная олимпиада УрФУ для школьников «Изумруд» по математике; организатор: Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б. Н. Ельцина (в Перечне Минобрнауки РФ в 2020/21 году № 37, уровень 3).

На уровне высшего образования ведущими вузами страны (прежде всего, федеральными и национальными исследовательскими университетами) проводятся собственные студенческие математические олимпиады с довольно высоким уровнем сложности конкурсных задач. Примеров математических олимпиад, проводимых для студентов педагогических вузов РФ, с умеренным уровнем сложности задач практически нет. На уровне профессиональной педагогической деятельности – математических олимпиад для молодых учителей математики практически нет. Одно из немногих исключений – московский Конкурс учителей математики [27]. Ежегодный конкурс «Учитель года» [28] рассчитан, скорее, на учителей-стажистов и не включает в себя конкурсный этап по оценке предметной математической компетентности.

У российских математических олимпиад (в их практической, задачной части) имеется довольно обширная библиография, – как на школьном [1; 9; 10; 16; 19; 27; 31; 37], так и на студенческом уровне [3; 11; 12; 23; 28; 29; 36; 46]. Обсуждение задач математических олимпиад различного уровня проводится на страницах научно-методических журналов: Квант, Математика, Математика в школе, Математическое образование, Международный журнал экспериментального образования и др. Добавим к сказанному, что и зарубежные методисты-исследователи уделяют весьма пристальное внимание систематической олимпиадной работе с математически одаренными школьниками и студентами [38; 42; 44-46; 53; 54; 56; 57].

Вышесказанное обосновывает *актуальность* проблемы – отсутствие и недостаточное методическое сопровождение массовых математических олимпиад и конкурсов различного уровня, проводимых для студентов педагогических вузов РФ, будущих учителей математики, с учетом специфики будущей профессиональной деятельности и с адекватным уровнем сложности предлагаемых задач. Отсюда, как следствие, вытекает другой аспект этой проблемы – отсутствие у выпускников профессионально важных компетенций в области организации и проведения математических олимпиад и конкурсов. Между тем именно учитель математики должен уметь распознать и способствовать развитию математически одаренных обучающихся, в том числе мотивируя и подготавливая их к участию в математических олимпиадах и конкурсах. Из сказанного вытекает *цель* статьи: представление опыта КВМиМОМ УрГПУ по организации и проведению математических олимпиад для студентов-педагогов как одного из эффективных способов привития будущим учителям математики знаний, умений и навыков в части управления математическим олимпиадным и конкурсным движением на различных уровнях образования. Эта внеучебная математическая деятельность рассматривается как ресурс повышения качества профессиональной подготовки будущих учителей.

Изложение основного материала. Начиная с 2008 года на базе математических кафедр Уральского государственного педагогического университета проводятся математические олимпиады и конкурсы (далее – математические олимпиады (МО) УрГПУ), ориентированные прежде всего на студентов педагогических вузов России и стран ближнего зарубежья. За эти годы неоднократно изменялась оргструктура УрГПУ и кафедр, осуществляющих предметную и методическую математическую подготовку будущих учителей для Екатеринбурга, Свердловской области и Уральского региона. В настоящее время подготовку будущих учителей математики осуществляет единая кафедра высшей математики и методики обучения математике Института математики, физики, информатики и технологий (ИМФИиТ) УрГПУ. МО УрГПУ трансформировались от мероприятий регионального уровня (Екатеринбург, Свердловская область и граничащие с ней области Уральского региона) до мероприятий всероссийского и международного уровней.

Таблица

Образовательные организации – участницы математических олимпиад

Российские участники	Зарубежные участники
МО по элементарной математике	
Бирск, Бирский филиал Башкирского гос. ун-та; **Глазов**, Глазовский гос. пед. ин-т; **Екатеринбург**, Российский гос. проф.-пед. ун-т; **Екатеринбург**, Уральский гос. пед. ун-т; **Иркутск**, Иркутский гос. ун-т; **Куйбышев**, Куйбышевский филиал Новосибирского гос. пед. ун-та; **Курган**, Курганский гос. ун-т; **Новосибирск**, Новосибирский гос. пед. ун-т; **Омск**, Омский гос. пед. ун-т; **Пермь**, Пермский гос. гум.-пед. ун-т; **Самара**, Самарский гос. соц.-пед. ун-т; **Уфа**, Башкирский гос. пед. ун-т; **Челябинск**, Южно-Уральский гос. ун-т; **Шадринск**, Шадринский гос. пед. ун-т. ∑ **247** чел.	**Жалал-Абад** (Кыргызтан), Жалал-Абадский гос. ун-т им. Б. Осмонова; **Луганск** (Луганская Народная Республика), Луганский нац. ун-т им. Тараса Шевченко; **Мозырь** (Республика Беларусь), Мозырский гос. пед. ун-т им. И. П. Шамякина; **Ош** (Кыргызстан), Ошский гос. ун-т; **Уральск** (Республика Казахстан), Западно-Казахстанский аграрно-технический ун-т им. Жангир хана. ∑ **112** чел.
МО по высшей математике	
Бирск, Бирский филиал Башкирского гос. ун-та; **Глазов**, Глазовский гос. пед. ин-т; **Екатеринбург**, Российский гос. проф.-пед. ун-т; **Екатеринбург**, Уральский гос. пед. ун-т; **Иркутск**, Иркутский гос. ун-т; **Куйбышев**, Куйбышевский филиал Новосибирского гос. пед. ун-та; **Курган**, Курганский гос. ун-т; **Новосибирск**, Новосибирский гос. пед. ун-т; **Омск**, Омский гос. пед. ун-т; **Пермь**, Пермский гос. гум.-пед. ун-т; **Самара**, Самарский гос. соц.-пед. ун-т; **Уфа**, Башкирский гос. пед. ун-т; **Челябинск**, Южно-Уральский гос. ун-т; **Шадринск**, Шадринский гос. пед. ун-т. ∑ **213** чел.	**Жалал-Абад** (Кыргызстан), Жалал-Абадский гос. ун-т им. Б. Осмонова; **Луганск** (Луганская Народная Республика), Луганский нац. ун-т им. Тараса Шевченко; **Мозырь** (Республика Беларусь), Мозырский гос. пед. ун-т им. И. П. Шамякина; **Ош** (Кыргызстан), Ошский гос. ун-т; **Уральск** (Республика Казахстан), Западно-Казахстанский аграрно-технический ун-т им. Жангир хана. ∑ **79** чел.

МО УрГПУ проводятся в два дня (период: ноябрь – начало декабря), один из которых посвящен проведению МО УрГПУ по элементарной математике, другой – МО УрГПУ по высшей математике. Представление о географии и составе участников дает таблица. С учетом ограниченного формата журнальной статьи в таблице приведены обобщенные данные лишь за 5 последних лет (2016–2020).

Организационно МО УрГПУ проводятся в соответствии с приказами по УрГПУ, подготавливаемыми ежегодно в преддверии мероприятий. В приказе конкретизируются сроки и формат мероприятий (очно, дистанционно), состав оргкомитета мероприятий и др. организационные моменты. Приложениями к приказам о проведении мероприятий являются ежегодно пересматриваемые Положения о проведении олимпиад. Один из авторов настоящей статьи (Д.Н.В.) является бессменным председателем Оргкомитета олимпиад. Одновременно с подготовкой приказа Оргкомитет работает над разработкой задач для олимпиад по элементарной и высшей математике, стремясь придерживаться следующих принципов:

– *Принцип профессиональной направленности.* С учетом специфики будущей профессиональной деятельности предлагаемые задачи по элементарной математике могут быть использованы в последующем выпускниками – молодыми учителями для олимпиадной подготовки своих школьников; предлагаемые задачи по высшей математике представляют теоретические основы школьной математики и нередко могут быть решены элементарными средствами. Например, задачи на экстремум (наибольшее / наименьшее значения) функции могут быть решены не только средствами дифференциального исчисления, но и в опоре на экстремальные свойства квадратичной параболы, как это показано, например, в [4].

– *Принцип разумной сложности.* Уровень сложности заданий подбирается соразмерным некоторому среднему уровню математической подготовленности обучающихся, оцениваемому исходя из многолетнего опыта педагогической деятельности членов оргкомитета олимпиад. Следует принимать во внимание тот факт, что уровень математической подготовки студентов, поступивших в УрГПУ на направление подготовки «44.03.05 – Педагогическое образование. Математика и информатика», уступает уровню математической подготовленности студентов, скажем, МГУ или НГУ. Уровень сложности олимпиадных задач подбирается так, чтобы хотя бы одну задачу мог решить каждый участник олимпиады и не менее половины участников решили бы не менее половины задач.

– *Принцип разумной широты охвата.* Предлагаемые задачи должны быть из различных разделов курса элементарной и высшей математики. Вместе с тем, как показывает опыт, студенты выпускных курсов редко оказываются участниками олимпиады; как правило, студенческий «возраст» участников олимпиад – это 2–4 курсы. Поэтому, скажем, задачи из теории дифференциальных уравнений или уравнений математической физики не применяются, если только это не задачи, сводящиеся к геометрическому или механическому истолкованию производной.

– *Принцип равнопредставленности различных разделов математики в заданиях олимпиады.* Имея в виду задачу гармоничной подготовки будущего учителя математики, разработчики стремятся к тому, чтобы различные разделы математики (алгебра, геометрия, математический анализ) получали равное представительство в олимпиадных заданиях. Разработчики также стремятся обеспечить представленность различных содержательных линий школьного курса математики, включая такие актуальные ныне линии, как стохастическая, практикоориентированная и др.

– *Принцип сопоставления с другими математическими олимпиадами и конкурсами.* Разработчики олимпиадных задач поощряются к внимательному изучению задач, предлагавшихся на других олимпиадах различного уровня и опубликованных в печати. Это позволяет быть в тренде современных «задачных тенденций». Разработчики стремятся представить «свежие» задачные идеи в заданиях наших МО. При этом появляются возможности для обоснованных сравнительных суждений о качестве предметной подготовки будущих учителей математики в различных регионах РФ и странах-участницах наших олимпиад. Такой подход также расширяет возможности подготовки к олимпиадам УрГПУ будущих участников.

– *Принцип избыточности предложения.* Разработчики олимпиадных задач поощряются к некоторой избыточности числа предлагаемых задач с тем, чтобы у узкой группы из членов оргкомитета, принимающих окончательное решение о включении / не включении конкретной задачи в олимпиадное задание, были возможности подбора по актуальности, содержанию, четкости формулировки, уровню сложности, предполагаемым методам решения задач участниками и т. п.

– *Принцип свободы выбора метода решения.* Нет никаких ограничений на выбираемые участниками методы решения задач. Например, при решении геометрических задач участник может выбрать чисто геометрический (часто эвристический) метод решения или воспользоваться более надежным, хотя и менее наглядным векторным методом или методом координат. Более того, несколько способов решений, приведенных участником, при прочих равных условиях повышают его рейтинговую позицию относительно других участников. Поощряется, если участник, решив задачу по высшей математике средствами, скажем, математического анализа, укажет и ее элементарное решение.

– *Принцип разумной открытости.* Работы участников шифруются и проверяются в зашифрованном виде, подвергаясь дешифровке лишь по окончании проверки и фиксации результатов. Руководители команд, как правило, преподаватели из вузов-участников, также привлекаются к проверке олимпиадных работ. Как правило, проверка осуществляется в парах по выработанным критериям. Если результаты оценки конкретного решения в паре расходятся, проводится более глубокий анализ представленного решения – до достижения консенсуса. Как только этап решения олимпиадных заданий завершен, официальные решения, предлагаемые разработчиками задач, обнародуются, становясь общедоступными для всех участников мероприятия.

– *Принцип поощрения.* Все участники олимпиад получают сертификаты участников за подписью ректора УрГПУ; победители и призеры получают соответствующие дипломы как в индивидуальном, так и в командном зачете. Руководители команд (преподаватели из вузов-участников) получают грамоты. Члены оргкомитета также получают поощрение в виде дополнительного материального вознаграждения – при учете своей работы в качестве члена оргкомитета олимпиад в ежегодном «эффективном контракте» в соответствии с нормативными документами УрГПУ.

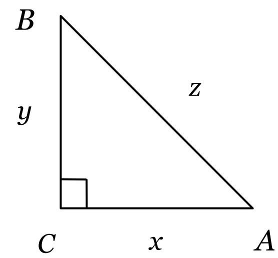
– *Принцип обмена мнениями.* Важным моментом в проведении олимпиад является возможность непосредственного обмена мнениями с коллегами из других вузов по самым разным темам, представляющим общий интерес: проблема повышения качества математической подготовленности обучающихся в целом и вытекающие отсюда действия педагогического математического сообщества (как это обсуждается, например, в работах [5-8; 15]); объем учебной нагрузки и содержание изучаемых математических дисциплин, организация учебной и внеучебной работы студентов по математике, новые идеи для олимпиадных задач и математических конкурсов и т. п. Особенно ценными являются суждения преподавателей и участников команд вузов-победителей. Студенты из разных российских городов, проживающие на время олимпиады в общежитиях УрГПУ, также имеют возможность обменяться мнениями по самым разным аспектам студенческой и будущей профессиональной жизни.

– *Принцип динамизма.* «Венчает» двухдневную работу олимпиад по элементарной и высшей математике веселое и динамичное действо – командный математический конкурс. Формат проводимых конкурсов был различным в разные годы. В 2020 году это был Всероссийский конкурс среди студентов педвузов «Плохой-хороший математик». Основная идея этого конкурса заключается в том, чтобы средствами несложных задач по математике, которые, однако, надо быстро и правильно решить, снять напряжение предшествующей серьезной олимпиадной работы и показать, что хорошей мотивацией к углубленному изучению математики служит также и игровой компонент (см. в этой связи, например, [15]).

– *Принцип последействия.* После того как олимпиады проведены, задачи – как те, что фактически были предложены к решению, так и те, что не вошли в олимпиадные задания, – разбираются со студентами УрГПУ, специализирующимися по профилям обучения: математика, информатика, физика. Говоря об элементарной математике, это уместно делать в рамках существующих курсов «Подготовка к решению олимпиадных задач по математике», «Практикум по решению математических задач», «Элементарная математика». Говоря о высшей математике, – в рамках практических занятий по соответствующим разделам алгебры, геометрии, математического анализа.

Обсуждение идей, лежащих в основе решения олимпиадных задач, не только способствует повышению профессиональных компетенций студентов университета, но и обеспечивает заблаговременную систематическую подготовку будущих участников МО УрГПУ. Наблюдение за уровнем «включенности» студентов в процесс разбора и решения олимпиадных задач позволяет экспертно оценить актуальный уровень подготовленности и интереса студентов к углублению предметной подготовки. Особую ценность имеет разбор решений победителей и призеров, иногда оригинальных и отличных от предполагавшихся организаторами состязаний. Студенческие математические олимпиады и конкурсы в УрГПУ, таким образом, вполне могут служить неформальным индикатором уровня и способом мотивации к углублению предметной подготовки будущих учителей.

Примеры задач. На нескольких примерах проиллюстрируем вышесказанное.



Задача 1 (2010). Существует ли такой прямоугольный треугольник, что увеличенные на 1 оба его катета и гипотенуза являются, соответственно, катетами и гипотенузой другого прямоугольного треугольника?

Решение. Обозначим x, y, z, соответственно, катеты и гипотенузу прямоугольного треугольника ABC (см. рис. к задаче). По условию требуется исследовать существование решения системы уравнений:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = z^2; \\ (x+1)^2 + (y+1)^2 = (z+1)^2, \end{cases} \quad (1)$$

при условии $0 < x \le y < z$.

Рассматривая $x = a > 0$ как параметр, попытаемся решить систему (1) относительно y, z:

$$\begin{cases} a^2 + y^2 = z^2; \\ (a+1)^2 + (y+1)^2 = (z+1)^2. \end{cases}$$

После элементарных преобразований получаем эквивалентную систему

$$\begin{cases} a^2 + y^2 = z^2; \\ z = a + y + \frac{1}{2}. \end{cases} \quad (2)$$

Подставим $z = a + y + \frac{1}{2}$ в первое уравнение системы (2):

$$a^2 + y^2 = a^2 + 2ay + y^2 + a + y + \frac{1}{4},$$

откуда

$$y = -\frac{a+\frac{1}{4}}{2a+1}. \qquad (3)$$

При $a = x > 0$ правая часть (3) отрицательна, что невозможно, т. к. $y > 0$.

Ответ. Прямоугольный треугольник, обладающий указанными свойствами, не существует.

Комментарий. Данная задача по элементарной математике удачно сочетает в себе классическую школьную геометрическую теорему Пифагора с содержательной линией уравнений и неравенств (дополненной идеей параметризации с ограничениями на параметр) и содержательной числовой линией школьного курса математики. Ключевым стало получение уравнения, противоречивого по знаку левой и правой сторон, так что участники имели возможность продемонстрировать навык доказательства «от противного».

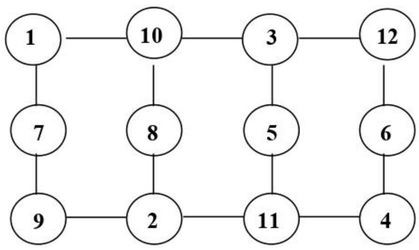
Задача 2 (2017). Возможно ли, чтобы, стартовав с некоторой клетки усеченной шахматной доски размером 3 × 4 и обойдя все клетки по одному разу, шахматный конь вернулся в соседнюю с начальной клетку? Если такие клетки есть, укажите их все.

3	**K**			
2				
1				
	a	**b**	**c**	**d**

Решение. Покажем, что такие клетки существуют. Для удобства построим граф, описывающий движение шахматного коня по доске. Пронумеруем последовательно все клетки доски:

3	1	2	3	4
2	5	6	7	8
1	9	10	11	12
	a	**b**	**c**	**d**

Начав, например, с клетки 1 (клетка a3), как показано на рисунке к задаче, и связывая клетки по движению коня, получим граф:



Теперь, когда рассмотрение движения шахматного коня по доске эквивалентно последовательному обходу связанных вершин графа, нетрудно установить пары клеток, отвечающих условию задачи. Это клетки:

5 – 1 (a2–a3), путь 5–11–4–6–12–3–10–8–2–9–7–1;

5 – 9 (a2–a1), путь 5–3–12–6–4–11–2–8–10–1–7–9;

8 – 4 (d2–d3), путь 8–10–1–7–9–2–11–5–3–12–6–4;

8 – 12 (d2–d1), путь 8–2–9–7–1–10–3–5–11–4–6–12.

Ответ. Отвечают условию клетки: **5 – 1** (a2–a3); **5 – 9** (a2–a1); **8 – 4** (d2–d3); **8 – 12** (d2-d1).

Комментарий. Данная задача относится к классу задач на шахматной доске. Хотя задача может быть решена средствами элементарной математики, ее следует отнести к высшей математике, так как для осознанного решения задачи студентам нужно изучить систематический курс дискретной математики и, в частности, теорию графов. Теория графов является одним из современных мощных инструментов проблемы разрешимости дискретных, в том числе оптимизационных, задач с дополнительными ограничениями. Задача отражает тесные междпредметные связи математики и информатики.

Задача 3 (2020). В двух урнах лежат белые и черные шары; всего 15 шаров. Вероятность вынуть два белых шара – по одному из каждой урны – равна 0,54. Какова вероятность вынуть аналогичным образом два черных шара из урн?

Решение. Пусть в урне I лежат $n_1 = w_1 + b_1$ шаров, где w_1 и b_1 – число белых (white) и черных (black) шаров, соответственно. Аналогично, пусть в урне II лежат $n_2 = w_2 + b_2$ шаров, где w_2 и b_2 – число белых и черных шаров, соответственно. По условию

$$n_1 + n_2 = 15.$$

Кроме того, по условию

$$P(\circ\ \circ) = \frac{w_1}{n_1} \cdot \frac{w_2}{n_2} = 0{,}54,$$

или

$$w_1 \cdot w_2 = 0{,}54\ n_1 \cdot n_2.$$

Отсюда получаем уравнение в натуральных числах:

$$50\ w_1 \cdot w_2 = 27\ n_1 \cdot n_2.$$

Так как 27 не делится на 50, то с необходимостью произведение $n_1 \cdot n_2$ делится на 50. Без ограничения общности положим, что $n_1 < n_2$. С учетом того, что по условию $n_1 + n_2 = 15$, а максимальное значение произведения натуральных чисел равно $n_1 \cdot n_2 = 56$, т. е. не может достичь 100, заключаем, что существует единственный удовлетворительный вариант: $n_1 = 5$, $n_2 = 10$. Но тогда

$$w_1 \cdot w_2 = 27.$$

С учетом очевидных требований $w_1 < n_1$ и $w_2 < n_2$ получаем единственное решение

$$w_1 = 3 \text{ и тогда } b_1 = n_1 - w_1 = 5 - 3 = 2;$$

$$w_2 = 9 \text{ и тогда } b_2 = n_2 - w_2 = 10 - 9 = 1.$$

Теперь легко получается ответ на вопрос задачи:

$$P(\bullet\bullet) = \frac{b_1}{n_1} \cdot \frac{b_2}{n_2} = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{10} = 0{,}04.$$

Ответ. Вероятность вынуть два черных шара – по одному из каждой урны – в условиях задачи равна $P(\bullet\bullet) = 0{,}04$.

Комментарий. Задача соответствует современной вероятностно-статистической линии школьного курса математики, однако включает анализ делимости чисел в левой и правой частях уравнения (линия числа), а также оценку максимального произведения двух натуральных чисел при их заданной сумме (функциональная линия). Кажется, что в отсутствие каких-либо указаний относительно цветового состава шаров в урнах задача не может быть точно решена, однако творческое применение известных математических методов приводит к единственному решению задачи.

Выводы и перспективы дальнейших исследований. Таким образом, цель статьи – представление опыта КВМиМОМ УрГПУ по организации и проведению математических олимпиад для студентов-педагогов – достигнута. Эта внеучебная математическая деятельность является важным ресурсом повышения качества профессиональной подготовки будущих учителей как в УрГПУ, так и в других профильных вузах. Наработанный нами, и притом достаточно успешный, опыт проведения студенческих математических олимпиад для будущих педагогов позволяет рекомендовать проведение таких состязаний и в других регионах РФ. Дальнейшее развитие олимпиадного движения «от УрГПУ» видится в следующем:

1.°Проведение ежегодной школьной математической олимпиады для учеников педагогических классов Екатеринбурга и Свердловской области. Непосредственная цель: создание благоприятных условий для поступления в УрГПУ выпускников педагогических классов по направлениям подготовки математического, информационного и естественнонаучного профилей.

2.°Проведение ежегодной открытой педагогико-математической олимпиады для молодых учителей математики – недавних выпускников педагогических вузов и колледжей Екатеринбурга и Свердловской области (и других регионов РФ). Непосредственная цель: создание благоприятных условий для продолжения образования в УрГПУ на уровне бакалавриата (для выпускников колледжей), магистратуры и аспирантуры.

3.°Сделать российские и зарубежные олимпиады по элементарной и высшей математике для студентов-педагогов, будущих учителей математики, предметом научно-методических исследований студентов (в рамках курсовых и выпускных квалификационных работ) и педагогов кафедры с целью повышения мотивирующего потенциала и профессиональной эффективности этих мероприятий. Обсуждение математической олимпиадной тематики увлекательно и, несомненно, будет способствовать формированию профессиональных компетенций студентов и академической репутации вуза [5].

4.°Дополнительным способом привлечения школьников и студентов к участию в математических олимпиадах будет более широкое включение в олимпиадные задания задач, реализующих межпредметные связи математики и информатики; например, задач на теорию чисел, комбинаторику, теорию графов, логику, теорию множеств и др.

ЛИТЕРАТУРА

1. Агаханов, Н. Х. Математические олимпиады школьников : книга для учащихся образоват. учреждений / Н. Х. Агаханов, Л. П. Купцов, Ю. В. Нестеренко, С. В. Резниченко, А. М. Слинько. – М. : Просвещение ; Учеб. лит., 1997. – 208 с.

2. Амбарцумян, В. А. Студенческие математические олимпиады. Часть 1 : учеб. пособие / В. А. Амбарцумян, Е. А. Андрющенко, К. В. Бухенский [и др.]. – Рязань : Рязан. гос. радиотехн. ун-т, 2014. – 128 с.

3. Аржанцев, И. В. Студенческие олимпиады по алгебре на мехмате МГУ / И. В. Аржанцев, В. Батырев, Е. Бунина [и др.]. – М. : МЦНМО, 2012. – 38 с.

4. Бодряков, В. Ю. Квадратичная функция как мотивирующий инструмент решения экстремальных задач / В. Ю. Бодряков, А. А. Быков, Д. А. Ударцева // Педагогическое образование в России. – 2018. – № 8. – С. 55-63.

5. Бодряков, В. Ю. Научно-исследовательская работа и научно-исследовательская работа студентов как инструменты формирования профессиональных компетенций студентов и академической репутации вуза / В. Ю. Бодряков, А. А. Быков // Педагогическое образование в России. – 2014. – № 8. – С. 154-158.

6. Бодряков, В. Ю. О качестве математической подготовки учащихся в комплексе «школа-вуз»: взгляд с позиций работника высшего педагогического образования / В. Ю. Бодряков, Н. Г. Фомина // Математика в школе. – 2010. – № 2. – С. 56-61.

7. Бодряков, В. Ю. Об одной насущной проблеме математического педагогического образования учителей / В. Ю. Бодряков // Математика в школе. – 2013. – № 7. – С. 32-40.

8. Бодряков, В. Ю. Проблемы качества математического образования в педагогическом вузе и пути их решения / В. Ю. Бодряков, Л. В. Воронина // Педагогическое образование в России. – 2018. – № 2. – С. 15-27.

9. Васильев, Н. Б. Задачи всесоюзных математических олимпиад / Н. Б. Васильев, А. А. Егоров. – М. : Наука, 1988. – 288 с.

10. Гашков, С. Б. Московские математические олимпиады 1981–1992 гг. / С. Б. Гашков, А. А. Флёров, А. В. Бегунц [и др.]. – М. : МЦНМО, 2017. – 406 с.

11. Григорьева, И. С. Казанские студенческие олимпиады по математике. Сборник задач : учеб.-метод. пособие / И. С. Григорьева. – Казань : Казанский университет, 2011. – 48 с.

12. Заляпин, В. И. Заочные студенческие математические олимпиады / В. И. Заляпин, А. Ю. Эвнин // Математика в высшем образовании. – 2014. – № 12. – С. 51-59.

13. Конкурс учителей математики. – URL: https://mccme.ru/oluch. – Текст : электронный.

14. Концепция развития математического образования в Российской Федерации : утв. распоряжением Правительства РФ от 24.12.2013 № 2506-р. – URL: http://government.ru/docs/9775. – Текст : электронный.

15. Кузовкова, А. А. Формирование познавательного интереса к математике у обучающихся в классах гуманитарно-эстетической направленности / А. А. Кузовкова, Р. Ф. Мамалыга, В. Ю. Бодряков // Математика в школе. – 2018. – № 2. – С. 35-42.

16. Кунгожин, А. М. Математические олимпиады: Азиатско-Тихоокеанская, «Шёлковый путь» / А. М. Кунгожин, Д. А. Елиусизов, Е. Р. Байсалов, М. А. Кунгожин. – М. : МЦНМО, 2017. – 209 с.

17. Макарова, О. Н. Совершенствование подготовки будущих учителей средствами профессионально-ориентированных олимпиад : автореф. дис. ... канд. пед. наук : 13.00.08 / Макарова О. Н. – Барнаул : Алтайская государственная академия образования имени В. М. Шукшина, 2012. – 23 с.

18. Олимпиада. – URL: https://olimpiada.ru. – Текст : электронный.

19. Панферов, В. С. Олимпиада школьников «Ломоносов» по математике (2005–2015) / В. С. Панферов, А. В. Бегунц, А. С. Зеленский, Д. В. Горяшин, П. А. Бородин. – М. : МЦНМО, 2016. – 178 с.

20. Попов, А. И. Олимпиадное движение по математике как способ совершенствования самостоятельной работы студентов младших курсов / А. И. Попов, Е. А. Левченко // Вестник ТГПУ. – 2013. – № 1 (129). – С. 132-135.

21. Попов, А. И. От студенческих олимпиад – к олимпиадному движению / А. И. Попов // Alma mater (Вестник высшей школы). – 2012. – № 2. – С. 13-16.

22. Попов, А. И. Теоретические основы формирования кластера профессионально важных творческих компетенций в вузе посредством олимпиадного движения / А. И. Попов. – Тамбов : Изд-во ТГТУ, 2011. – 80 с.

23. Попов, И. Ю. Задачи студенческих математических олимпиад / И. Ю. Попов. – СПб. : СПбГУ ИТМО, 2006. – 154 с.

24. Приказ Министерства образования и науки РФ от 4 апреля 2014 г. № 267 «Об утверждении Порядка проведения олимпиад школьников». – URL: http://ivo.garant.ru/#/document/70682232/paragraph/1:0. – Текст : электронный.

25. Профессиональный стандарт «Педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования)» : утв. Приказом Минтруда России от 18.10.2013 № 544н. – URL: http://fgosvo.ru/uploadfiles/profstandart/01.001.pdf. – Текст : электронный.

26. Пугачев, О. В. Особенности организации всероссийских олимпиад по математике среди студентов технических вузов / О. В. Пугачев // Гуманитарный вестник. – 2015. – № 10 (36). – С. 1-7.

27. Садовничий, В. А. Задачи студенческих математических олимпиад / В. А. Садовничий, А. С. Подколзин. – М. : Наука, 1980. – 208 с.

28. Сизый, С. В. Математические задачи. Студенческие олимпиады математико-механического факультета уральского госуниверситета : учеб. пособие / С. В. Сизый. – М. : Изд. фирма «Физико-математическая литература», 2009. – 128 с.

29. Соболев, А. Студенческие олимпиады по математике УГТУ-УПИ / А. Соболев, Б. Веретенников, Г. Ходак, Л. П. Мохрачева. – М. : Изд. фирма «Физико-математическая литература», 2009. – 255 с.

30. Толстых, О. Д. Нестандартные и прикладные задачи высшей математики : учеб. пособие : в 4 ч. Ч. 4 / О. Д. Толстых. – Иркутск : ИрГУПС, 2017. – 80 с.

31. Утепкалиев, С. Руководство к решению задач математической олимпиады : учеб. пособие / С. Утепкалиев, Ж. Т. Билялова, З. Ж. Жанузакова. – М. : Изд. дом Академии Естествознания, 2021. – 156 с.

32. Учитель года 2021. – URL: https://2021god.com/uchitel-goda-2021. – Текст : электронный.

33. ФГОС ВО по направлению подготовки «44.03.05 – Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)» : утв. Приказом МОН РФ от 22.02.2018 № 125. – URL: https://rulaws.ru/acts/Prikaz-Minobrnauki-Rossii-ot-22.02.2018-N-125. – Текст : электронный.

34. Шамайло, О. Н. Математическая олимпиада как способ развития инновационного потенциала студентов технического университета / О. Н. Шамайло // Известия Южного федерального университета. Педагогические науки. – 2008. – № 9. – С. 124-130.

35. Шамайло, О. Н. Методическая система подготовки к математическим олимпиадам в техническом вузе : автореф. дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Шамайло О. Н. – Астрахань : Астраханский гос. ун-т, 2009. – 23 с.

36. Шахматов, В. М. Сборник олимпиадных задач по высшей математике : учебное пособие / В. М. Шахматов, А. Л. Лисок, Т. В. Тарбокова. – Томск : Изд-во ТПУ, 2010. – 144 с.

37. Ященко, И. В. Московские математические олимпиады 1993–2005 гг. / И. В. Ященко, А. Ковальджи, А. Канель-Белов, Р. М. Федоров. – М. : МЦНМО, 2018. – 418 с.

38. Andreescu, T. Mathematical Olympiad challenges / T. Andreescu, R. Gelca. – Boston ; Basel ; Berlin : Springer Science & Business Media, 2008. – 283 p.

39. Bicknell, B. The role of competitions in a mathematics programme / B. Bicknell, T. Riley // The New Zealand Journal of Gifted Education. – 2012. – Vol. 17, № 1. – P. 1-9.

40. Boytchev, P. Math competitions–achieving your best / P. Boytchev, N. Dimitrova, V. Georgiev et al. // Meeting in Mathematics. – 2nd ed. – Sofia (Bulgaria) : Demetra Publishing House, 2013.

41. Buser, T. Do women give up competing more easily? Evidence from the lab and the Dutch math Olympiad / T. Buser, H. Yuan // American Economic Journal: Applied Economics. – 2019. – Vol. 11, № 3. – P. 225-252.

42. Djukić, D. The IMO Compendium: A collection of problems suggested for the International Mathematical Olympiads: 1959–2009 / D. Djukić, V. Janković, I. Matić, N. Petrović. – 2nd ed. – New York ; Dordrech ; Heidelberg ; London : Springer Science & Business Media, 2011. – 809 p.

43. Engelbrecht, J. Validity and diagnostic attributes of a mathematics Olympiad for junior high school contestants / J. Engelbrecht, J. Mwambakana // African Journal of Research in Mathematics, Science and Technology Education. – 2016. – Vol. 20, № 2. – P. 175-188.

44. Gardiner, A. The mathematical Olympiad handbook: An introduction to problem solving based on the first 32 British Mathematical Olympiads 1965–1996 / A. Gardiner. – Oxford (USA) : Oxford University Press, 1997. – 229 p.

45. Holton, D. A. A first step to Mathematical Olympiad problems. Vol. 1 / D. A. Holton. – Singapore : World Scientific Publishing Company, 2009. – 292 p.

46. International Mathematics Competition. – URL: http://www.imc-math.org.uk. – Text : electronic.

47. Kahane, J.-P. Cooperation and competition as a challenge in and beyond the classroom / J.-P. Kahane // Challenging mathematics in and beyond the classroom. ICMI Study 16. New ICMI Study Series. Vol. 12 / ed. by E. J. Barbeau, P. J. Taylor. – New York : Springer, 2009.

48. Kenderov, P. S. Competitions and mathematics education / P. S. Kenderov // Proc. Int. Congress of Mathematicians. – Madrid : Spain, 2006. – P. 1583-1598.

49. Kūma, D. Novelties in Math Olympiads in Latvia / D. Kūma // The 9th Mathematical creativity and giftedness, MCG–2015. – Sinaia : Romania, 2015. – P. 54-59.

50. Protasov, V. Challenging problems: mathematical contents and sources / V. Protasov, M. Applebaum, A. Karp et al. // Challenging mathematics in and beyond the classroom. ICMI Study 16. New ICMI Study Series. Vol. 12 / ed. by E. J. Barbeau, P. J. Taylor. – New York : Springer, 2009.

51. Ridge, H. L. Teaching mathematics to the talented and gifted / H. L. Ridge, J. S. Renzulli // The mathematical education of exceptional children and youth / ed. by V. Glennon. – Reston, VA : National Council of Teachers of Mathematics, 1981. – P. 191-266.

52. Rotger, L. Designing a video course. The case of the online course of mathematical Olympiads / L. Rotger, J. M. Ribera // Int. workshop on learning technology for education in cloud. – Cham : Springer, 2019. – P. 79-89.

53. Shinariko, L. J. Analysis of students' mistakes in solving mathematics Olympiad problems / L. J. Shinariko, N. W. Saputri, Y. Hartono, J. Araiku // Journal of Physics: Conference Series. IOP Publishing. – 2020. – Vol. 1480, № 1. – P. 012039-1-8.

54. Straszewicz, S. Mathematical problems and puzzles: from the Polish Mathematical Olympiads / S. Straszewicz. – Oxford ; London ; Edinburgh ; New York : Pergamon Press, 2014. – 376 p.

55. Taylor, P. ICMI Study 16: Current perspectives / P. Taylor // Plenary Lecture presented at the 5th Int. Conf. on Creativity in Mathematics and the Education of Gifted Students. – Haifa : University of Haifa, 2008. – P. 1-7. – URL: http://www.amt.edu.au/icmis16haifapaper.pdf. – Text : electronic.

56. Tohir, M. Students' creative thinking skills in solving mathematics Olympiad problems based on metacognition levels / M. Tohir // Journal of Mathematics Education and Learning. – 2020. – Vol. 1, № 1. – P. 1-4.

57. Xiong, B., Lee, P. Y. (Eds.). Mathematical Olympiad in China: problems and solutions. – Singapore : World Scientific, 2007. – 276 p.

R E F E R E N C E S

1. Agakhanov, N. Kh., Kuptsov, L. P., Nesterenko, Yu. V., Reznichenko, S. V., Slin'ko, A. M. (1997). *Matematicheskie olimpiady shkol'nikov* [Mathematical Olympiads for School Students]. Moscow, Prosveshchenie, Uchebnaya literatura. 208 p.

2. Ambartsumyan, V. A., Andryushchenko, E. A., Bukhenskii, K. V. et al. (2014). *Studencheskie matematicheskie olimpiady. Chast' 1* [Student Mathematical Olympiads. Part 1]. Ryazan, Ryazanskii gosudarstvennyi radiotekhnicheskii universitet. 128 p.

3. Arzhantsev, I. V., Batyrev, V., Bunina, E. et al. (2012). *Studencheskie olimpiady po algebre na mekhmate MGU* [Student Olympiads in Algebra at the Faculty of Mechanics and Mathematics of Moscow State University]. Moscow, MTsNMO. 38 p.

4. Bodryakov, V. Yu., Bykov, A. A., Udartseva, D. A. (2018). Kvadratichnaya funktsiya kak motiviruyushchii instrument resheniya ekstremal'nykh zadach [Quadratic Function as a Motivating Tool for Solving Extreme Problems]. In *Pedagogicheskoe obrazovanie v Rossii*. No. 8, pp. 55-63.

5. Bodryakov, V. Yu., Bykov, A. A. (2014). Nauchno-issledovatel'skaya rabota i nauchno-issledovatel'skaya rabota studentov kak instrumenty formirovaniya professional'nykh kompetentsii studentov i akademicheskoi reputatsii vuza [Research Work and Research Work of Students as Tools for the Formation of Professional Competencies of Students and the Academic Reputation of the University]. In *Pedagogicheskoe obrazovanie v Rossii*. No. 8, pp. 154-158.

6. Bodryakov, V. Yu., Fomina, N. G. (2010). O kachestve matematicheskoi podgotovki uchashchikhsya v komplekse «shkola-vuz»: vzglyad s pozitsii rabotnika vysshego pedagogicheskogo obrazovaniya [On the Quality of Mathematical Training of Students in the "School-University" Complex: a View from the Position of an Employee of Higher Pedagogical Education]. In *Matematika v shkole*. No. 2, pp. 56-61.

7. Bodryakov, V. Yu. (2013). Ob odnoi nasushchnoi probleme matematicheskogo pedagogicheskogo obrazovaniya uchitelei [On one Pressing Problem of Mathematical Pedagogical Education of Teachers]. In *Matematika v shkole*. No. 7, pp. 32-40.

8. Bodryakov, V. Yu., Voronina, L. V. (2018). Problemy kachestva matematicheskogo obrazovaniya v pedagogicheskom vuze i puti ikh resheniya [Problems of the Quality of Mathematical Education in a Pedagogical University and Ways to Solve Them]. In *Pedagogicheskoe obrazovanie v Rossii*. No. 2, pp. 15-27.

9. Vasil'ev, N. B., Egorov, A. A. (1988). *Zadachi vsesoyuznykh matematicheskikh olimpiad* [Problems of All-Union Mathematical Olympiads]. Moscow, Nauka. 288 p.

10. Gashkov, S. B., Flerov, A. A., Begunts, A. V. et al. (2017). *Moskovskie matematicheskie olimpiady 1981–1992 gg.* [Moscow Mathematical Olympiads 1981–1992]. Moscow, MTsNMO. 406 p.

11. Grigor'eva, I. S. (2011). *Kazanskie studencheskie olimpiady po matematike. Sbornik zadach* [Kazan Student Olympiads in Mathematics. Collection of Tasks]. Kazan, Kazanskii universitet. 48 p.

12. Zalyapin, V. I., Evnin, A. Yu. (2014). Zaochnye studencheskie matematicheskie olimpiady [Correspondence Student Mathematics Olympiads]. In *Matematika v vysshem obrazovanii*. No. 12, pp. 51-59.

13. *Konkurs uchitelei matematiki* [Mathematics Teachers Competition]. URL: https://mccme.ru/oluch.

14. *Kontseptsiya razvitiya matematicheskogo obrazovaniya v Rossiiskoi Federatsii* [The Concept of the Development of Mathematics Education in the Russian Federation]. URL: http://government.ru/docs/9775.

15. Kuzovkova, A. A., Mamalyga, R. F., Bodryakov, V. Yu. (2018). Formirovanie poznavatel'nogo interesa k matematike u obuchayushchikhsya v klassakh gumanitarno-esteticheskoi napravlennosti [Formation of Cognitive Interest in Mathematics among Students in Humanitarian-Aesthetic Classes]. In *Matematika v shkole*. No. 2, pp. 35-42.

16. Kungozhin, A. M., Eliusizov, D. A., Baisalov, E. R., Kungozhin, M. A. (2017). *Matematicheskie olimpiady: Aziatsko-Tikhookeanskaya, «Shelkovyi put'»* [Mathematical Olympiads: Asia-Pacific, "Silk Road"]. Moscow, MTsNMO. 209 p.

17. Makarova, O. N. (2012). *Sovershenstvovanie podgotovki budushchikh uchitelei sredstvami professional'no-orientirovannykh olimpiad* [Improving the Training of Future Teachers by Means of Professionally Oriented Olympiads]. Avtoref. dis. … kand. ped. nauk. Barnaul, Altaiskaya gosudarstvennaya akademiya obrazovaniya imeni V. M. Shukshina. 23 p.

18. *Olimpiada* [Olympiad]. URL: https://olimpiada.ru.

19. Panferov, V. S., Begunts, A. V., Zelensky, A. S., Goryashin, D. V., Borodin, P. A. (2016). *Olimpiada shkol'nikov «Lomonosov» po matematike (2005–2015)* [Lomonosov School Olympiad in Mathematics (2005–2015)]. Moscow, MTsNMO. 178 p.

20. Popov, A. I., Levchenko, E. A. (2013). Olimpiadnoe dvizhenie po matematike kak sposob sovershenstvovaniya samostoyatel'noi raboty studentov mladshikh kursov [Olympiad Movement in Mathematics as a Way to Improve the Independent Work of Junior Students]. In *Vestnik TGPU*. No. 1 (129), pp. 132-135.

21. Popov, A. I. (2012). Ot studencheskikh olimpiad – k olimpiadnomu dvizheniyu [From Student Olympiads to the Olympiad Movement]. In *Alma mater (Vestnik vysshei shkoly)*. No. 2, pp. 13-16.

22. Popov, A. I. (2011). *Teoreticheskie osnovy formirovaniya klastera professional'no vazhnykh tvorcheskikh kompetentsii v vuze posredstvom olimpiadnogo dvizheniya* [Theoretical Foundations of the Formation of a Cluster of Professionally Important Creative Competencies in a University through the Olympiad Movement]. Tambov, Izdatel'stvo TGTU. 80 p.

23. Popov, I. Yu. (2006). *Zadachi studencheskikh matematicheskikh olimpiad* [Problems of Student Mathematical Olympiads]. Saint Ptersburg, SPbGU ITMO. 154 p.

24. *Prikaz Ministerstva obrazovaniya i nauki RF ot 4 aprelya 2014 g. № 267 «Ob utverzhdenii Poryadka provedeniya olimpiad shkol'nikov»* [Order of the Ministry of Education and Science of the Russian Federation of April 4, 2014 No. 267 "On Approval of the Procedure for Conducting Olympiads for Schoolchildren"]. URL: http://ivo.garant.ru/#/document/70682232/paragraph/1:0.

25. *Professional'nyi standart «Pedagog (pedagogicheskaya deyatel'nost' v sfere doshkol'nogo, nachal'nogo obshchego, osnovnogo obshchego, srednego obshchego obrazovaniya)»* [Professional Standard "Teacher (Pedagogical Activity in the Field of Preschool, Primary General, Basic General, Secondary General Education)"]. URL: http://fgosvo.ru/uploadfiles/profstandart/01.001.pdf.

26. Pugachev, O. V. (2015). Osobennosti organizatsii vserossiiskikh olimpiad po matematike sredi studentov tekhnicheskikh vuzov [Features of the Organization of All-Russian Olympiads in Mathematics among Students of Technical Universities]. In *Gumanitarnyi vestnik*. No. 10 (36), pp. 1-7.

27. Sadovnichy, V. A., Podkolzin, A. S. (1980). *Zadachi studencheskikh matematicheskikh olimpiad* [Problems of Student Mathematical Olympiads]. Moscow, Nauka. 208 p.

28. Sizyi, S. V. (2009). *Matematicheskie zadachi. Studencheskie olimpiady matematiko-mekhanicheskogo fakul'teta ural'skogo gosuniversiteta* [Math Problems. Student Olympiads of the Faculty of Mathematics and Mechanics of the Ural State University]. Moscow, Izdatel'skaya firma «Fiziko-matematicheskaya literatura». 128 p.

29. Sobolev, A., Veretennikov, B., Khodak, G., Mokhracheva, L. P. (2009). *Studencheskie olimpiady po matematike UGTU-UPI* [Student Olympiads in Mathematics USTU-UPI]. Moscow, Izdatel'skaya firma «Fiziko-matematicheskaya literatura». 255 p.

30. Tolstykh, O. D. (2017). *Nestandartnye i prikladnye zadachi vysshei matematiki: v 4 ch. Ch. 4* [Non-standard and Applied Problems of Higher Mathematics, in 4 parts. Part 4]. Irkutsk, IrGUPS. 80 p.

31. Utepkaliev, S., Bilyalova, Zh. T., Zhanuzakova, Z. Zh. (2021). *Rukovodstvo k resheniyu zadach matematicheskoi olimpiady* [Guide to Solving Problems of the Mathematical Olympiad]. Moscow, Izdatel'skii dom Akademii Estestvoznaniya. 156 p.

32. *Uchitel' goda 2021* [Teacher of the Year 2021]. URL: https://2021god.com/uchitel-goda-2021.

33. *FGOS VO po napravleniyu podgotovki «44.03.05 – Pedagogicheskoe obrazovanie (s dvumya profilyami podgotovki)»* [Federal State Educational Standard of Higher Education in the Direction of Training "44.03.05 – Pedagogical Education (with Two Training Profiles)"]. URL: https://rulaws.ru/acts/Prikaz-Minobrnauki-Rossii-ot-22.02.2018-N-125.

34. Shamailo, O. N. (2008). Matematicheskaya olimpiada kak sposob razvitiya innovatsionnogo potentsiala studentov tekhnicheskogo universiteta [Mathematical Olympiad as a Way of Developing the Innovative Potential of Students of a Technical University]. In *Izvestiya Yuzhnogo federal'nogo universiteta. Pedagogicheskie nauki*. No. 9, pp. 124-130.

35. Shamailo, O. N. (2009). *Metodicheskaya sistema podgotovki k matematicheskim olimpiadam v tekhnicheskom vuze* [Methodical System of Preparation for Mathematical Olympiads at a Technical University]. Avtoref. dis. ... kand. ped. nauk. Astrakhan, Astrakhanskii gosudarstvennyi universitet. 23 p.

36. Shakhmatov, V. M., Lisok, A. L., Tarbokova, T. V. (2010). *Sbornik olimpiadnykh zadach po vysshei matematike* [Collection of Olympiad Problems in Higher Mathematics]. Tomsk, Izdatel'stvo TPU. 144 p.

37. Yashchenko, I. V., Koval'dzhi, A., Kanel'-Belov, A., Fedorov, R. M. (2018). *Moskovskie matematicheskie olimpiady 1993–2005 gg*. [Moscow Mathematical Olympiads 1993-2005]. Moscow, MTsNMO. 418 p.

38. Andreescu, T., Gelca, R. (2008). *Mathematical Olympiad Challenges*. Boston, Basel, Berlin, Springer Science & Business Media. 283 p.

39. Bicknell, B., Riley, T. (2012). The Role of Competitions in a Mathematics Programme. In *The New Zealand Journal of Gifted Education*. Vol. 17. No. 1, pp. 1-9.

40. Boytchev, P., Dimitrova, N., Georgiev, V. et al. (2013). Math Competitions–Achieving Your Best. In *Meeting in Mathematics*. 2nd edition. Sofia (Bulgaria), Demetra Publishing House.

41. Buser, T., Yuan, H. (2019). Do Women Give Up Competing More Easily? Evidence from the Lab and the Dutch Math Olympiad. In *American Economic Journal: Applied Economics*. Vol. 11. No. 3, pp. 225-252.

42. Djukić, D., Janković, V., Matić, I., Petrović, N. (2011). *The IMO Compendium: A Collection of Problems Suggested for the International Mathematical Olympiads: 1959–2009*. 2nd edition. New York, Dordrech, Heidelberg, London, Springer Science & Business Media. 809 p.

43. Engelbrecht, J., Mwambakana, J. (2016). Validity and Diagnostic Attributes of a Mathematics Olympiad for Junior High School Contestants. In *African Journal of Research in Mathematics, Science and Technology Education*. Vol. 20. No. 2, pp. 175-188.

44. Gardiner, A. (1997). *The Mathematical Olympiad Handbook: An Introduction to Problem Solving Based on the First 32 British Mathematical Olympiads 1965–1996*. Oxford (USA), Oxford University Press. 229 p.

45. Holton, D. A. (2009). *A First Step to Mathematical Olympiad Problems. Vol. 1*. Singapore, World Scientific Publishing Company. 292 p.

46. *International Mathematics Competition*. URL: http://www.imc-math.org.uk.

47. Kahane, J.-P. (2009). Cooperation and Competition as a Challenge in and beyond the Classroom. In Barbeau, E. J., Taylor, P. J. (Eds.). *Challenging mathematics in and beyond the classroom. ICMI Study 16. New ICMI Study Series. Vol. 12*. New York, Springer.

48. Kenderov, P. S. (2006). Competitions and Mathematics Education. In *Proc. Int. Congress of Mathematicians*. Madrid, Spain, pp. 1583-1598.

49. Kūma, D. (2015). Novelties in Math Olympiads in Latvia. In *The 9th Mathematical creativity and giftedness, MCG–2015*. Sinaia, Romania, pp. 54-59.

50. Protasov, V., Applebaum, M., Karp, A. et al. (2009). Challenging Problems: Mathematical Contents and Sources. In Barbeau, E. J., Taylor, P. J. (Eds.). *Challenging mathematics in and beyond the classroom. ICMI Study 16. New ICMI Study Series. Vol. 12*. New York, Springer.

51. Ridge, H. L., Renzulli, J. S. (1981). Teaching Mathematics to the Talented and Gifted. In Glennon, V. (Ed.). *The mathematical education of exceptional children and youth*. Reston, VA, National Council of Teachers of Mathematics, pp. 191-266.

52. Rotger, L., Ribera, J. M. (2019). Designing a Video Course. The Case of the Online Course of Mathematical Olympiads. In *Int. workshop on learning technology for education in cloud*. Cham, Springer, pp. 79-89.

53. Shinariko, L. J., Saputri, N. W., Hartono, Y., Araiku, J. (2020). Analysis of Students' Mistakes in Solving Mathematics Olympiad Problems. In *Journal of Physics: Conference Series. IOP Publishing*. Vol. 1480. No. 1, pp. 012039-1-8.

54. Straszewicz, S. (2014). *Mathematical Problems and Puzzles: from the Polish Mathematical Olympiads*. Oxford, London, Edinburgh, New York, Pergamon Press. 376 p.

55. Taylor, P. (2008). ICMI Study 16: Current Perspectives. In *Plenary Lecture presented at the 5th Int. Conf. on Creativity in Mathematics and the Education of Gifted Students*. Haifa, University of Haifa, pp. 1-7. URL: http://www.amt.edu.au/icmis16haifapaper.pdf.

56. Tohir, M. (2020). Students' Creative Thinking Skills in Solving Mathematics Olympiad Problems Based on Metacognition Levels. In *Journal of Mathematics Education and Learning*. Vol. 1. No. 1, pp. 1-4.

57. Xiong, B., Lee, P. Y. (Eds.). (2007). *Mathematical Olympiad in China: Problems and Solutions*. Singapore, World Scientific. 276 p.